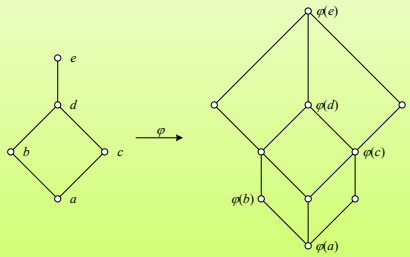
Esercitazioni di Psicometria
2. Teoria della Misurazione

Prof. Luca Stefanutti
Insegnamento di Psicometria
Corso di Laurea in Scienze Psicologiche dello Sviluppo e dell'Educazione

Morfismi

Omomorfismo

- Si indichi se la funzione φ tra i due sistemi relazionali sotto illustrati è un omomorfismo.

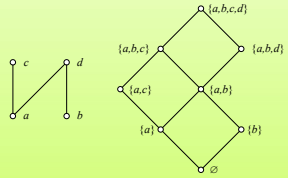


Morfismi

Omomorfismo

- Siano $\langle A, \leqslant \rangle$ e $\langle \mathcal{B}, \subseteq \rangle$ due sistemi relazionali binari tali che $\mathcal{B} \subseteq 2^A$. Si consideri inoltre la funzione $\delta : A \to \mathcal{B}$ così definita:

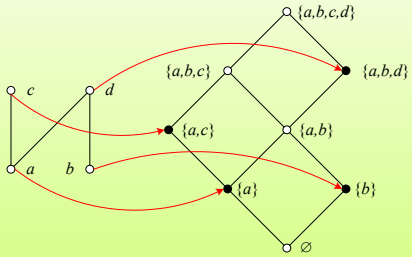
$$\forall x \in A : \delta(x) = \{y \in A : y \leqslant x\}.$$



- Si può dire che δ è un omomorfismo da $\langle A, \leqslant \rangle$ a $\langle \mathcal{B}, \subseteq \rangle$?

Morfismi

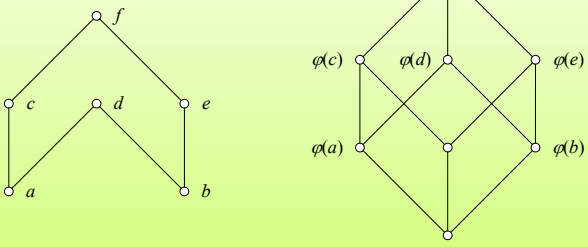
Omomorfismo



- δ è un omomorfismo da $\langle A, \leqslant \rangle$ a $\langle \mathcal{B}, \subseteq \rangle$.

Morfismi

Omomorfismo



Indici Descrittivi

Tempi di Reazione

- Uno sperimentatore ha rilevato i tempi di reazione (espressi in secondi) a uno stimolo visivo in un campione di 15 soggetti, ottenendo i dati contenuti nella seguente tabella:

Soggetti	tr (sec)	Soggetti	tr (sec)
1	0.0345	9	0.0782
2	0.0221	10	0.0583
3	0.0567	11	0.0799
4	0.1023	12	0.0496
5	0.0198	13	0.0274
6	0.0656	14	0.0103
7	0.0732	15	0.1198
8	0.0147		

- Quali dei 15 soggetti cadono al di sopra del 75^o percentile?
- Che valore hanno i tempi di reazione al di sopra del 75^o percentile?

Tempi di Reazione

- Ordiniamo i soggetti in senso crescente i base ai tempi di reazione:

Soggetti	tr (sec)	Posizioni	Soggetti	tr (sec)	Posizioni
14	0.0103	1	10	0.0583	9
8	0.0147	2	6	0.0656	10
5	0.0198	3	7	0.0732	11
2	0.0221	4	9	0.0782	12
13	0.0274	5	11	0.0799	13
1	0.0345	6	4	0.1023	14
12	0.0496	7	15	0.1198	15
3	0.0567	8			

Tempi di Reazione

- Il 75^o percentile è il dato avente la posizione k più alta tale che, per $m = 75$,

$$k \leq \frac{m \cdot n}{100} = \frac{75 \cdot 15}{100} = \frac{1125}{100} = 11.25$$

Soggetti	tr (sec)	Posizioni	Soggetti	tr (sec)	Posizioni
14	0.0103	1	10	0.0583	9
8	0.0147	2	6	0.0656	10
5	0.0198	3	7	0.0732	11
2	0.0221	4	9	0.0782	12
13	0.0274	5	11	0.0799	13
1	0.0345	6	4	0.1023	14
12	0.0496	7	15	0.1198	15
3	0.0567	8			

Tempi di Reazione

- I soggetti che cadono al di sopra del 75^o percentile sono pertanto: $9, 11, 4, 15$

Soggetti	tr (sec)	Posizioni	Soggetti	tr (sec)	Posizioni
14	0.0103	1	10	0.0583	9
8	0.0147	2	6	0.0656	10
5	0.0198	3	7	0.0732	11
2	0.0221	4	9	0.0782	12
13	0.0274	5	11	0.0799	13
1	0.0345	6	4	0.1023	14
12	0.0496	7	15	0.1198	15
3	0.0567	8			

- I tempi di reazione al di sopra del 75^o percentile sono maggiori o uguali a 0.0782 secondi.

Tempi di Reazione

- Si determini ora quali soggetti cadono al di sotto del 25^o percentile.

Soggetti	tr (sec)	Soggetti	tr (sec)
1	0.0345	9	0.0782
2	0.0221	10	0.0583
3	0.0567	11	0.0799
4	0.1023	12	0.0496
5	0.0198	13	0.0274
6	0.0656	14	0.0103
7	0.0732	15	0.1198
8	0.0147		

Tempi di Reazione

- Il 25^o percentile è il dato avente la posizione k più alta tale che, per $m = 25$,

$$k \leq \frac{m \cdot n}{100} = \frac{25 \cdot 15}{100} = \frac{375}{100} = 3.75$$

Soggetti	tr (sec)	Posizioni	Soggetti	tr (sec)	Posizioni
14	0.0103	1	10	0.0583	9
8	0.0147	2	6	0.0656	10
5	0.0198	3	7	0.0732	11
2	0.0221	4	9	0.0782	12
13	0.0274	5	11	0.0799	13
1	0.0345	6	4	0.1023	14
12	0.0496	7	15	0.1198	15
3	0.0567	8			

Tempi di Reazione

- I soggetti che cadono al di sotto del 25^o percentile sono pertanto: $5, 14, 8$

Soggetti	tr (sec)	Posizioni	Soggetti	tr (sec)	Posizioni
14	0.0103	1	10	0.0583	9
8	0.0147	2	6	0.0656	10
5	0.0198	3	7	0.0732	11
2	0.0221	4	9	0.0782	12
13	0.0274	5	11	0.0799	13
1	0.0345	6	4	0.1023	14
12	0.0496	7	15	0.1198	15
3	0.0567	8			

- I tempi di reazione al di sotto del 25^o percentile sono minori o uguali a 0.0198 secondi.

Tempi di Reazione

- Si calcolino: (i) media, (ii) mediana, (iii) varianza, (iv) deviazione standard dei dati

Soggetti	tr (sec)	Soggetti	tr (sec)
1	0.0345	9	0.0782
2	0.0221	10	0.0583
3	0.0567	11	0.0799
4	0.1023	12	0.0496
5	0.0198	13	0.0274
6	0.0656	14	0.0103
7	0.0732	15	0.1198
8	0.0147		

Tempi di Reazione

Soggetti	tr (sec)	Soggetti	tr (sec)	Posizione
1	0.0345	14	0.0103	1
2	0.0221	8	0.0147	2
3	0.0567	5	0.0198	3
4	0.1023	2	0.0221	4
5	0.0198	13	0.0274	5
6	0.0656	1	0.0345	6
7	0.0732	12	0.0496	7
8	0.0147	3	0.0567	8
9	0.0782	10	0.0583	9
10	0.0583	6	0.0656	10
11	0.0799	7	0.0732	11
12	0.0496	9	0.0782	12
13	0.0274	11	0.0799	13
14	0.0103	4	0.1023	14
15	0.1198	15	0.1198	15
tm	0.0542	mediana	0.0567	

Tempi di Reazione

Soggetti	tr (sec)	t - tm	(t - tm)^2
1	0.0345	-0.0197	0.0004
2	0.0221	-0.0321	0.0010
3	0.0567	0.0025	0.0000
4	0.1023	0.0481	0.0023
5	0.0198	-0.0344	0.0012
6	0.0656	0.0114	0.0001
7	0.0732	0.0190	0.0004
8	0.0147	-0.0395	0.0016
9	0.0782	0.0240	0.0006
10	0.0583	0.0041	0.0000
11	0.0799	0.0257	0.0007
12	0.0496	-0.0046	0.0000
13	0.0274	-0.0268	0.0007
14	0.0103	-0.0439	0.0019
15	0.1198	0.0656	0.0043
tm	0.0542	Somma	0.0152
		Varianza	0.0010
		Dev.St.	0.0318

Tempi di Reazione

- Si indichi a quante deviazioni standard dalla media si trovano, rispettivamente, i soggetti 5 e 11.

Soggetti	tr (sec)	Soggetti	tr (sec)
1	0.0345	9	0.0782
2	0.0221	10	0.0583
3	0.0567	11	0.0799
4	0.1023	12	0.0496
5	0.0198	13	0.0274
6	0.0656	14	0.0103
7	0.0732	15	0.1198
8	0.0147		

Tempi di Reazione

- Essendo la media $\bar{t} = .0542$ e la deviazione standard $s = .0318$, un soggetto che si trovi a esattamente una deviazione standard dalla media (sia in senso positivo sia in senso negativo) avrà un tempo di reazione pari a

$$t_s = \bar{t} \pm s = .0542 \pm .0318$$

Pertanto i tempi di reazione

$$t_s^+ = .0860 \quad \text{e} \quad t_s^- = .0224$$

sono entrambi a una deviazione standard dalla media.

Tempi di Reazione

- Per trovare la distanza dalla media, misurata in deviazioni standard, dei soggetti 5 e 11 è necessario trasformare la scala di misura originale in una scala avente come unità di misura la deviazione standard, anzichè i secondi.
- Se la distanza $t_5 - \bar{t}$ del tempo di reazione del soggetto 5 dalla media è z_5 volte la deviazione standard si avrà:

$$t_5 - \bar{t} = z_5 \cdot s$$

- da cui:

$$z_5 = \frac{t_5 - \bar{t}}{s} = \frac{.0198 - .0542}{.0318} = -1.082$$

- Pertanto il soggetto 5 si trova a -1.082 deviazioni standard dalla media.

Tempi di Reazione

- In modo analogo si avrà:

$$t_{11} - \bar{t} = z_{11} \cdot s$$

- da cui:

$$z_{11} = \frac{t_{11} - \bar{t}}{s} = \frac{.0799 - .0542}{.0318} = 1.512$$

- Pertanto il soggetto 11 si trova a 1.512 deviazioni standard dalla media.